

UiO : **Department of Informatics**
University of Oslo

Exam preparation



2011

Oppgave 1 Datagrafikk

Forklar følgende begreper innen datagrafikk:

1. Framebuffer.
2. Depth buffer.
3. Geometry shader.
4. BRDF.
5. GPGPU.

Oppgave 2 Lyssetting

I denne oppgaven skal vi se på Phongs lyssettings modell (ikke Phong-shading) med en lyskilde med ikke-null intensitet.

1. Skriv ned modellen med half-vector. Forklar de enkelte leddene og illustrer med en figur.
2. I hvilke tilfeller blir diffuse komponenten null? I hvilke tilfeller blir specular komponenten null?
3. Forklar med et eksempel hvordan diffuse komponenten kan være null mens specular komponenten kan være positiv. Forklar hvorfor dette ikke kan skje i virkeligheten og hvordan man kan unngå problemet i praksis.

Oppgave 3 Subdivision kurver

I denne oppgaven skal vi se på kubisk uniform spline subdivision på et **åpent** kontrollpolygon P med kontroll-punkter P_1, P_2, \dots, P_n i \mathbb{R}^2 .

1. Skriv ned de to stensilene for nye indre kontrollpunkter (ikke endepunkter).
2. Foreslå stensil for endepunkter slik at grense-kurven interpolerer endepunktene P_1 og P_n .
3. Illustrer med en figur ett steg og grensekurven for dette skjemaet.
4. Skriv ned et eksplisitt uttrykk for tangent-retningene til kontrollpolygonet P og for grense-kurven. Illustrer med en figur.

General C^{d-1} uniform spline subdivision

The mask for a C^{d-1} spline curve of degree d is given by

$$\mathbf{a} = \{a_0, a_1, \dots, a_{d+1}\} = \frac{1}{2^d} \left\{ \binom{d+1}{0}, \binom{d+1}{1}, \dots, \binom{d+1}{d+1} \right\}$$

Examples:

$$\mathbf{a} = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2} \right\}$$

Linear spline

$$\mathbf{a} = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right\}$$

Quadratic spline (Chaikin)

$$\mathbf{a} = \left\{ \frac{1}{8}, \frac{1}{2}, \frac{6}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8} \right\}$$

Cubic spline

$$\mathbf{a} = \left\{ \frac{1}{16}, \frac{5}{16}, \frac{10}{16}, \frac{10}{16}, \frac{5}{16}, \frac{1}{16} \right\}$$

Quartic spline

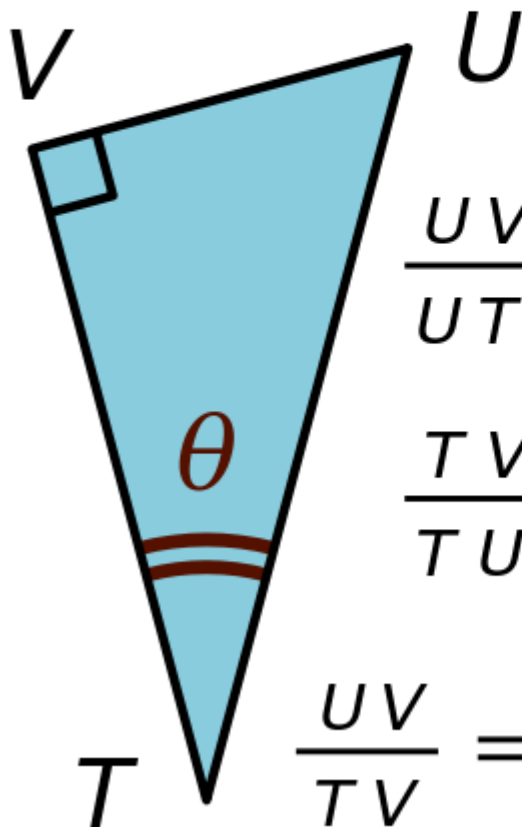
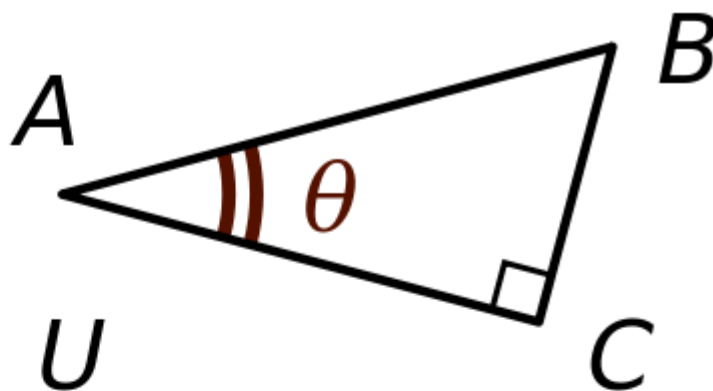
Note: level d mask can be obtained by averaging level $d - 1$ masks

$$\frac{d}{dx} \sum_i \alpha_i B_{i,k} = \sum_i (k-1) \frac{\alpha_i - \alpha_{i-1}}{t_{i+k-1} - t_i} B_{i,k-1}$$

Oppgave 4 Transformasjoner

VI skal se på en sylinder C med lengde 2 og radius 3, sentrert i origo i \mathbb{R}^3 og innrettet i y -retningen.

1. Skriv ned OpenGL kode som setter opp en view-transformasjon som plasserer kamera i et vilkårlig punkt p på en sirkel med radius 5 rundt origo i xz -planet. Kameraet skal peke mot origo og ha opp-vektor $(0, 1, 0)$. Illustrer med en figur. Avhenger kameraets bilde av sylinderen av valg av p ?
2. Skriv OpenGL kode som setter opp det minste view-frustumet som inneholder hele C . Illustrer med en figur. (Hint: $\tan \alpha = \sin \alpha / \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$).



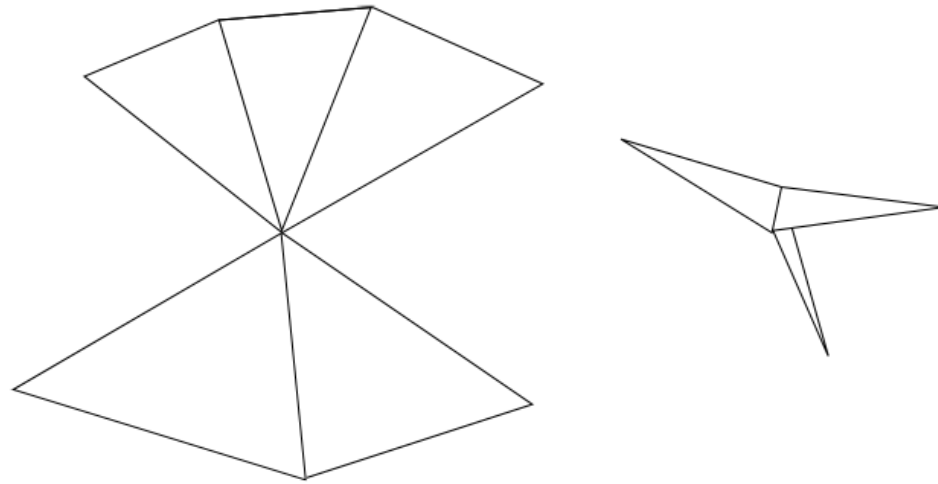
$$\frac{UV}{TU} = \frac{BC}{BA} = \mathbf{\sin \theta}$$

$$\frac{TV}{TU} = \frac{AC}{AB} = \mathbf{\cos \theta}$$

$$\frac{UV}{TV} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \mathbf{\tan \theta}$$

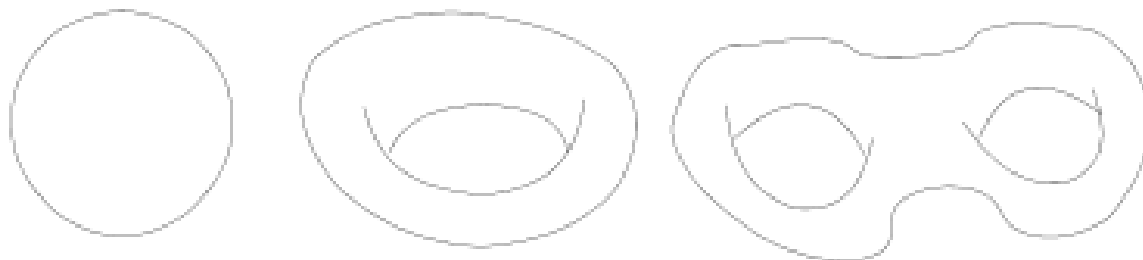
Oppgave 5 Trianguleringer

1. Hvilke egenskaper karakteriserer en gyldig triangulering i \mathbb{R}^2 ?
2. Hva er en edge-flip og hva brukes den typisk til? Illustrer med et eksempel en slik operasjon som leder til en ugyldig triangulering i \mathbb{R}^2 .
3. Hva er en halfedge-collapse og hva brukes denne typisk til? Illustrer med et eksempel en slik operasjon som leder til en ugyldig triangulering i \mathbb{R}^2 .
4. Hvordan kan man definere genus? Gi et eksempel på et lukket mesh med genus 0.



$$\chi \equiv v - e + f,$$

$\chi = 2 - 2g$ where g is the genus and χ is the Euler characteristic.



2010

Oppgave 1 Data-grafikk

Forklar følgende begreper i datagrafikk-sammenheng:

1. Rasterisering.
2. Specular reflection (som komponent i OpenGL lys-modell).
3. Normal mapping.
4. Ambient occlusion.

Oppgave 2 Barysentriske koordinater

Vi skal se på en trekant $T = [\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2]$.

1. Definer midpunktet til T ved hjelp av barysentriske koordinater. Hva er de barysentriske koordinatene til \mathbf{v}_0 og til midtpunktet på segmentet $[\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_2]$?
2. Anta vi har fått oppgitt normal-vektorer $\mathbf{n}_0, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ i hjørnene til T . Uttrykk den lineære interpolanten $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ til normal-vektorene ved hjelp av barysentriske koordinater.
3. Hva er den interpolerte normalvektoren $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ for $\mathbf{x} = \mathbf{v}_0$? Kan vi anta at $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ er en enhetsvektor for et vilkårlig punkt \mathbf{x} ? Begrunn svaret.
4. Forklar hvordan man i OpenGL kan interpolere normaler over trekantene, dvs. pr fragment. Hvilke type variabler brukes?

Oppgave 3 Transformasjoner

I denne oppgaven skal vi se på transformasjoner. Anta du har en funksjon `drawObject()` som tegner ut et objekt som er inneholdt i en kube K med sidelengder 2 og sentrert i origo.

1. Angi en view-transformasjon i form av to elementære affine transformasjonsmatriser som setter kamera i posisjon $(5, 0, 0)$, innrettet i retning $(-1, 0, 0)$ og med oppvektor $(0, 1, 0)$.
2. Angi en model-transformasjon i form av en affin transformasjonsmatrise som speilvender med hensyn på planet definert ved $z = 0$.
3. Bestem et view frustum definert ved to punkter og ett plan som passer med konfigurasjonen over. View frustumet skal være minst mulig og slik at hele kubens K synes på skjermen.
4. Skisser OpenGL kode som tegner ut objektet som beskrevet i oppgavene over.

$$RT = \begin{bmatrix} \cos(-90) & 0 & \sin(-90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-90) & 0 & \cos(-90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
// Perspective transformasjon
glMatrixMode(GL_PROJECTION);
glFrustum(-1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 4.0, 6.0);
```

```
// View transformasjon
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
glLoadIdentity();
glRotatef(-90, 0.0, 1.0, 0.0);
glTranslatef(-5, 0.0, 0.0);
```

```
// Model transformasjon
glScalef(1.0, 1.0, -1.0);
```

```
drawObject();
```

Oppgave 4 Projeksjoner

Anta at vi har en bounding-box B om et objekt, angitt ved minimumshjørne (l, b, n) og maksimumshjørne (r, t, f) .

1. Anta først en ortografisk kamera-modell. Angi en affin transformasjon bestående av en translasjon og en skalering som transformerer B til det kanoniske view-volumet $[-1, 1]^3$.
2. Utled den resulterende homogene transformasjonsmatrisen. Hvordan settes en slik projection-matrise enklest opp i OpenGL?
3. Hva er en (syntetisk) perspektiv kamera-modell (pin-hole camera)? Skriv ned et uttrykk for hvordan et punkt (x, y, z) projiseres til en skjerm med avstand d fra kameraet.
4. Anta en perspektiv kamera-modell og illustrer med figur hvordan view frustumet transformeres til det kanoniske view-volumet. Er dette en affin transformasjon?

Oppgave 5 Trekant-mesh

I denne oppgaven skal vi se på trekant-mesh.

1. Forklar hva mesh connectivity/topology er, og skisser hvordan dette kan implementeres med en trekant-basert datastruktur.
2. Hvordan beregner man en enhets normal-vektor til en trekant?
3. Gi eksempel på hvordan man kan beregne normalvektorer i vertexene i en triangulering.
4. Hva betyr det at et trekant-mesh har konsistent trekant-orientering og hvilken rolle spiller dette for beregning av normal-vektorer.

2009

Oppgave 1 Data-grafikk

Forklar følgende begreper i datagrafikk-sammenheng:

1. View frustum.
2. Frame-buffer.
3. Aliasing.
4. Fragment.
5. α -blending.
6. Raytracing.

Oppgave 2 Homogene koordinater og transformasjoner

1. Hva er affine transformasjoner? Hvordan kan de representeres ved hjelp av matriser og homogene koordinater? Gi eksempel på transformasjonsmatriser for henholdsvis translasjon, skalering og rotasjon en vinkel θ rundt en koordinat-akse i \mathbb{R}^3 .
2. Forklar hvordan en ved hjelp av matriser som i forrige oppgave kan bygge opp en transformasjon som roterer et objekt i \mathbb{R}^3 en vinkel θ rundt en linje definert ved et punkt p og en vektor v . Skisser OpenGL kode for transformasjonen.
3. Hvordan kan en utføre transformasjonen i forrige oppgave ved hjelp av kvaternioner?

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{\mathbf{v}}(\theta)\mathbf{x} = \mathbf{r}\mathbf{x}\mathbf{r}^*$$

$$\mathbf{r} = [\sin(\theta/2)\mathbf{v}, \cos(\theta/2)]^T$$

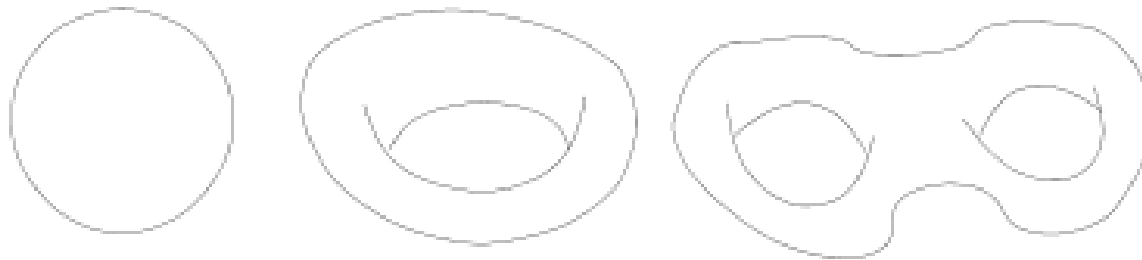
Oppgave 3 Subdivision

La \mathcal{T} være en triangulering av enhetskulen i \mathbb{R}^3 , dvs. vertexene til \mathcal{T} ligger på kulen og trianguleringen er lukket. La $V(\mathcal{T})$, $E(\mathcal{T})$ og $F(\mathcal{T})$ være henholdsvis antallet vertexer, edger og polygoner (faces) i \mathcal{T} . La \mathcal{T}^1 være resultatet av ett steg med Catmull-Clark subdivision anvendt på \mathcal{T} .

1. Illustrer topologien til \mathcal{T}^1 med referanse til en trekant i \mathcal{T} . Uttrykk $V(\mathcal{T}^1)$, $E(\mathcal{T}^1)$ og $F(\mathcal{T}^1)$ ved hjelp av $V(\mathcal{T})$, $E(\mathcal{T})$ og $F(\mathcal{T})$.
2. Hvilke genus og Euler-karakteristikk har henholdsvis \mathcal{T} og \mathcal{T}^1 ? Uttrykk Euler-karakteristikken til \mathcal{T}^1 ved hjelp av $V(\mathcal{T}^1)$, $E(\mathcal{T}^1)$ og $F(\mathcal{T}^1)$.
3. Er \mathcal{T}^1 inneholdt i enhetskulen? Er Catmull-Clark grenseflaten med hensyn på \mathcal{T} inneholdt i enhetskulen? Begrunn svarene.

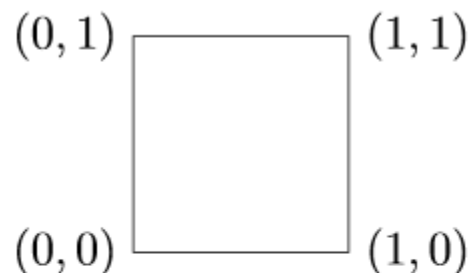
$$\chi \equiv v - e + f,$$

$\chi = 2 - 2g$ where g is the genus and χ is the Euler characteristic.



Oppgave 4 Bilineær interpolasjon

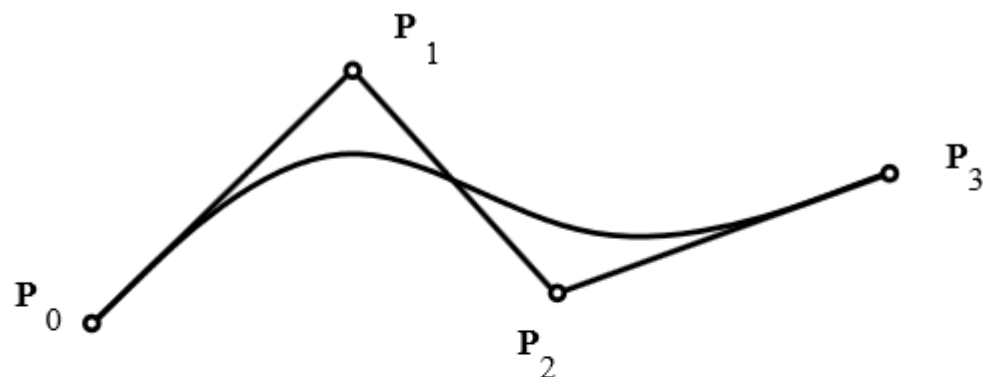
Anta du har gitt verdier $f_{i,j}$ i de fire hjørnene (i, j) for $i, j = 0, 1$ som illustrert i figuren under, og la $f(x, y)$ være den bilineære interpolanten til $f_{i,j}$.



1. Forklar hva bi-lineær interpolasjon er og gi et eksempel på hva det brukes til i datagrafikk.
2. Skriv ned et uttrykk for $f(x, y)$.
3. Uttrykk $f(0, 0)$, $f(1/2, 0)$ og $f(1/2, 1/2)$ ved å bruke verdiene $f_{i,j}$. Forklar hvorfor ingen av disse kan være større enn $\max f_{i,j}$.

Oppgave 5 Bézier kurver

1. Skriv ned det generelle uttrykket for en Bézier kurve og forklar utfra dette hva kontroll-polygonet er.
2. Forklar de Casteljau algoritmen for evaluering av Bézier kurver, illustrert med figur.
3. Forklar hvorfor et punkt på en Bézier kurve ikke kan ligge utenfor den konvekse innhylningen til kontroll-polygonet.



In general, a Bézier curve of degree d is written

$$\begin{aligned}\mathbf{p}(t) &= (1-t)^d \mathbf{p}_0 + dt(1-t)^{d-1} \mathbf{p}_1 + \dots + t^d \mathbf{p}_d \\ &= \sum_{i=0}^d \underbrace{\binom{d}{i} t^i (1-t)^{d-i}}_{B_{i,d}(t)} \mathbf{p}_i = \sum_{i=0}^d \mathbf{p}_i B_{i,d}(t).\end{aligned}$$